**Ancora alcuni esercizi (liberamente tratti delle dispense del Prof. Scalia Tomba)**

E1) Dimostrare che se P(A)=0.8 e P(B)=0.7, l'intersezione di A e B non può essere vuota.

E2) Si condsiderino due urne, U1 e U2. Nella prima sono contenute 3 palline bianche e una rossa, nella seconda solo palline rosse. Supponiamo di scegliere a caso un'urna (dunque P(U1)=P(U2)=1/2...) e di estrarre una pallina dall'urna scelta (ovviamente non sappiamo quale sia delle due). Calcolare la probabilità che la pallina estratta sia rossa.

E3) Sia X una variabile aleatoria (v.a.) che può assumere i valori {1,2,3} con relative probabilita' {1/4, 1/2, 1/4}. Calcolare il valore di P(X>1), P(1.5≤X≤2.5), il valore atteso E(X) e la deviazione standard SD(X).

E4) Siano X e Y due v.a. indipendenti con la stessa distribuzione che assegna probabilita' {1/4, 1/2, 1/4} ai valori {1,2,3}. Trovare la distribuzione di S = X+Y, E(S) e Var(S).

E5) Si lancia una moneta bilanciata (p=1/2) 6 volte e si registra X = il numero di "Testa" complessivo. Quale modello possiamo assumere per X? Calcolare P(X≥3).

E6) Supponendo di avere un campione di 100 osservazioni indipendenti e normalmente distribuite con media campionaria12.5 e varianza campionaria 1.69. Calcolare un intervallo di confidenza al livello 95% per μ, valore atteso del modello Normale.

E7) Si vuole controllare la taratura di uno strumento misurando ripetutamente un campione controllo, di valore noto, registrando ogni volta la deviazione prodotta dallo strumento. Dopo 10 misurazioni, la media di queste misure risulta 0.015 e la stima s della deviazione standard 0.010. Cosa si puo' dire dell'errore sistematico dello strumento?

E8) Si vuole accertare se una certa dieta abbia un effetto su una data misura fisiologica. A questo scopo, si sceglie un gruppo di cento persone, si misura la caratteristica fisiologica prima di iniziare la dieta, si segue la dieta per un certo periodo e poi, su ogni persona, si rimisura la caratteristica, osservando dunque 100 differenze tra "prima e dopo". Assumendo un modello normale e osservando una differenza media uguale a 3.14 e una stima s della deviazione standard delle differenze uguale a 2.72, verificare l'ipotesi che non esista alcuna differenza sistematica in seguito alla dieta.

**Soluzioni**

R1) Se si pensa al problema sotto la forma: ci sono 10 persone di cui 8 hanno la proprieta' A (80%) e 7 la proprieta' B, almeno 5 devono avere tutte e due le proprieta'...

R2) Se si sceglie l'urna U1, la probabilità di R è 1/4, se si sceglie l’urna U2 la probabilità di R è invece 1. La probabilità complessiva diventa 1/2x1/4 + 1/2x1=5/8.

R3) P(X>1) = 3/4, P(1.5≤X≤2.5) = 1/2, E(X) = 2 e SD(X) = .

R4) Fare tabellina... S può assumere i valori 2, 3, 4, 5 e 6 con probabilita' 1/16, 4/16, 6/16, 4/16 e 1/16. E(S) = 4 e Var(S) = 1 ( si puo' anche notare che E(S) = E(X+Y) = E(X) + E(Y) = 2 + 2 = 4 e Var(S) = Var(X+Y) = (poiche' indipendenti) Var(X) + Var(Y) = 1/2 + 1/2...

R5) La variabile aleatoria X segue la distribuzione Bin(6,1/2). P(X≥3) = P(X=3)+P(X=4)+P(X=5)+P(X=6) = 20/64+15/64+6/64+1/64=42/64.

R6) L'intervallo di confidenza diventa . usiamo il percentile normale perche' n e' grande...

R7) L'ipotesi nulla da testare e' che il valore atteso sia 0. La statistica test e'

. Il valore di confronto (al livello 5%) e' 1.96 nella tabella normale e 2.26 nella tabella t con 9 gradi di liberta'. T e' comunque molto piu' grande e dunque rifiutiamo l'ipotesi nulla e concludiamo che lo strumento ha un errore sistematico significativamente differente da 0.

R8) In questo caso, ogni persona e' misurata 2 volte (prima e dopo) e ci interessiamo alla differenza tra le due misurazioni. L'ipotesi nulla e' che la differenza, in media, sia 0. Possiamo allora calcolare la statistica test

T = 3.14/0.272=11.5

valore enormemente significativo. Osservate che in questo caso e' servita la deviazione standard delle differenze individuali, una quantita' che per esempio non si puo' calcolare se disponessimo solo delle deviazioni standard delle misurazioni prima e dopo della dieta.